

# Hur man schemalägger järnvägsunderhåll optimalt

Ann-Brith Strömberg & Emil Gustavsson  
Institutionen för matematiska vetenskaper  
Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

SICS Industriell Effektivitet 2014  
2014-11-27

- Kostnader för underhåll utgör en stor andel av de totala löpande utgifterna inom många industrier
- Optimeringsgruppen vid Matematiska vetenskaper, Chalmers och Göteborgs universitet, har utvecklat matematiska optimeringsmodeller för schemaläggning av preventivt och korrigerande underhåll, alla med mål att minska kostnader för underhåll och drift
- Idag: några modeller, specifikt underhåll av flygmotorer och järnvägsinfrastruktur

- Underhåll behövs för att
  - säkerställa att system fungerar
  - för att återställa system till driftsdugligt
- Olika system kräver olika typer av underhållsåtgärder
- Underhållsoptimering: bestämma *vilka* underhållsåtgärder som ska utföras vid *vilka tidpunkter*, så att ett eller flera *mål optimeras*
- Vi studerar underhållsoptimering m.a.p. *reparationer* och *utbyte* av komponenter i system av flera komponenter

# Översikt och definitioner

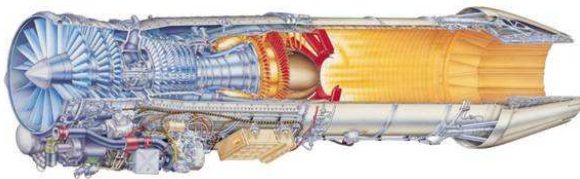
- Schemalägg *preventivt underhåll* (preventive maintenance, PM) för ett *flerkomponentsystem* inom en *ändlig horisont*
- Komponenterna i systemet är *positivt ekonomiskt beroende*:
  - varje underhållstillfälle genererar en *gemensam uppstartskostnad* (oberoende av vilka komponenter som underhålls just då)
- Modellerna kan hantera oförutsett *korrigerande underhåll* (corrective maintenance, CM)
- *Underhållstillfälle*:
  - underhåll av *minst en* komponent i systemet

# The opportunistic replacement problem (Almgren et al., 2012)

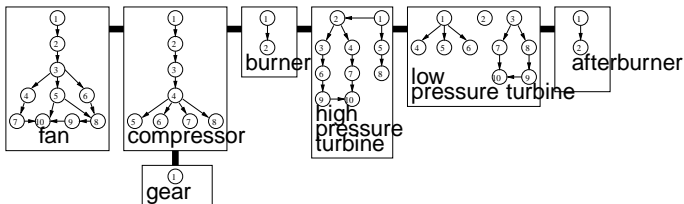
- Ett system med  $n$  komponenter,  $i \in \{1, \dots, n\}$
- Tiden mellan två byten av komponent  $i$  får *inte* överstiga det *maximala utbytesintervallet*  $T_i$
- Varje tidpunkt  $t$  i planeringsperioden  $\{1, \dots, T\}$  motsvarar
  - en *fix uppstartskostnad*  $d_t$ , och
  - en *utbyteskostnad*  $c_{it}$  för varje komponent  $i$
- Schemalägg byten av komponenter över tidpunkterna  $\{1, \dots, T\}$  så att *summan av kostnaderna för underhåll minimeras*

# Underhåll av flygmotorer—GKN Aerospace

- Flygmotorn RM12 i genomskärning



- Steg 1: Underhåll av en motormodul under kontraktperioden
- Steg 2: Underhåll av hela motorn, inkl. arbetskostnader



# Matematisk modell—opportunistiskt underhåll

- Beslutsvariabler

$$x_{it} = \begin{cases} 1, & \text{om komponent } i \text{ byts vid tiden } t \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

$$z_t = \begin{cases} 1, & \text{om systemet underhålls vid tiden } t \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

minimera 
$$\sum_{t=1}^T \left( \sum_{i=1}^n c_{it} x_{it} + d_t z_t \right),$$

då 
$$\sum_{t=\ell+1}^{\ell+T_i} x_{it} \geq 1, \quad \ell = 0, \dots, T-T_i, \quad i = 1, \dots, n$$

$$x_{it} \leq z_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad i = 1, \dots, n$$

$$x_{it}, z_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad i = 1, \dots, n$$

# Matematisk modell—opportunistiskt underhåll

- Beslutsvariabler

$$x_{it} = \begin{cases} 1, & \text{om komponent } i \text{ byts vid tiden } t \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

$$z_t = \begin{cases} 1, & \text{om systemet underhålls vid tiden } t \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

$$\text{minimera } \sum_{t=1}^T \left( \sum_{i=1}^n c_{it} x_{it} + d_t z_t \right),$$

$$\text{då } \sum_{t=\ell+1}^{\ell+T_i} x_{it} \geq 1, \quad \text{byt komponent } i \text{ inom livslängden } T_i$$
$$x_{it} \leq z_t, \quad \text{byt komponent} \Rightarrow \text{uppstartskostnad } d_t$$

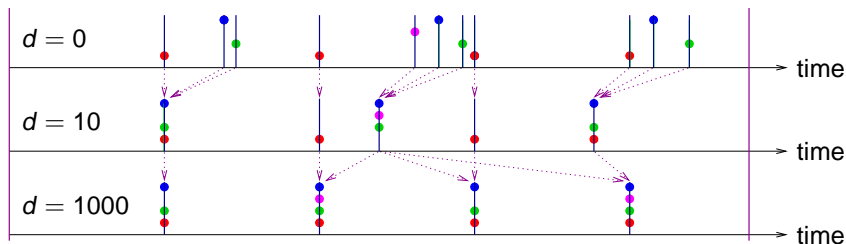
$$x_{it}, z_t \in \{0, 1\},$$

alla variabler binära



# Opportunistiskt underhåll

- Ett system med fyra komponenter, olika livslängder och kostnader
- $d$ : kostnad per underhållstillfälle (normaliserad)

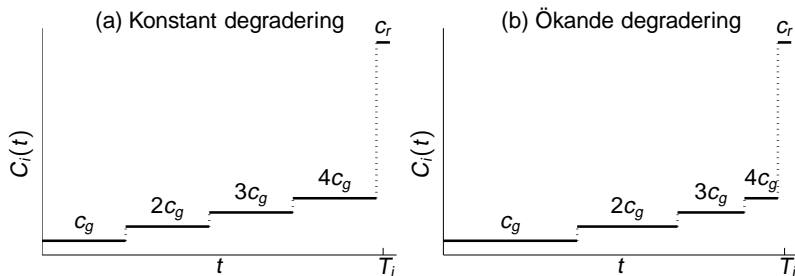


# Preventive maintenance scheduling of multi-component systems with interval costs, Gustavsson et al., 2014

- Ett system av komponenter  $i \in \{1, \dots, n\}$
- Tidpunkter  $\{1, \dots, T\}$  då underhåll kan utföras
- PM av minst en komponent vid tiden  $t \Rightarrow$  uppstartskostnad  $d_t$
- PM av komponent  $i$  schemaläggs vid tidpunkterna  $s$  och  $t > s$  men *inte* däremellan  $\implies$   
*underhållsintervallet*  $(s, t)$  genererar *intervallkostnaden*  $c_{st}^i$
- Finn ett PM-schema så att summan av uppstarts- och intervallkostnader minimeras
- Generaliserad modell
- Addera krav på periodicitet  $\Rightarrow$  *optimalt underhållsintervall*

# Räslipning

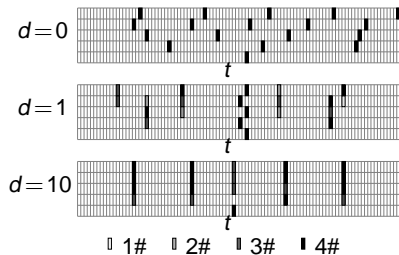
- Slipa bort defekter orsakade av *rullkontaktutmattning*
- PM-aktiviteter: *slipning* och *utbyte* av rälsektioner



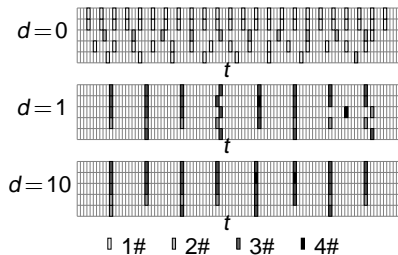
- Degraderingskostnadsfunktioner—PM av en rälsektion
- Kostnad för en slipning:  $c_g$
- Vid tiden  $T_i$  efter föregående PM-aktivitet måste rälsektionen bytas ut till en stor kostnad  $c_r \gg c_g$

# Optimala slipscheman

- Tre magnituder för uppstartskostnaden  $d_t$
- $c_g = 1$  och  $c_r = 76$
- En "rad"  $\iff$  en rälssektion (kurvrader: 500m–1300m)



(a) Konstant degradering



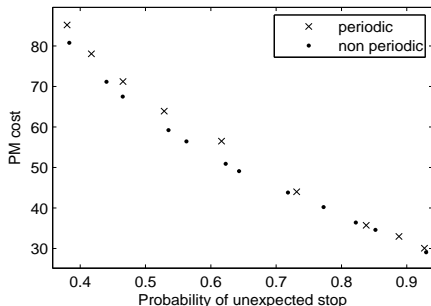
(b) Ökande degradering

# Flygmotor: Underhåll av lågtrycksturbin

- Innehåller tio komponenter
  - fyra *säkerhetskritiska*
  - sex *“on condition”*
- Fel hos en säkerhetskritisk komponent kan leda till katastrof
  - teknisk livslängd  $\iff$  maximalt tillåtet utbytesintervall
- *“On condition”*-komponenter: tillståndsmätning indikerar ett tröskelvärde  $\iff$  komponenten trasig  $\implies$  CM krävs
  - Weibull-fördelade livslängder

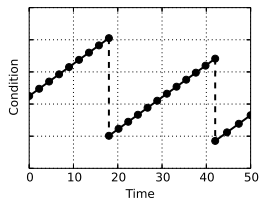
# Optimering av två mål (lågtrycksturbin)

- Mål 1: minimera PM-kostnader
- Mål 2: minimera  $prob(\text{oväntade stopp}) := prob(\text{CM})$
- Ett schema är *Paretooptimalt* om *inga* scheman existerar med *både* lägre  $prob(\text{oväntade stopp})$  och *lägre* PM-kostnader

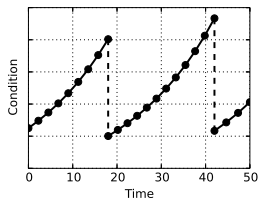


# Schemalägga spårriktning av räl—bevara rälsens geometri, Gustavsson, 2015

- Uppstartskostnader (inkl utebliven trafik),
- Ny modell: ta hänsyn till olika degraderingshastigheter

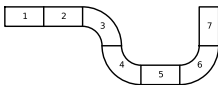


(c) Linjär  
degraderingshastighet



(d) Ökande  
degraderingshastighet

- Krav på underhållsplaner: Starta/sluta med rak sektion



- Vi har sedan 2001 tagit fram matematiska modeller för optimering underhållsplaner
  - alltmer generella
  - typiska beräkningstider: få sekunder
  - jämfört med enkla policies, 5–15% lägre kostnader för underhåll
- Kan införlivas i mer komplicerade sammanhang, exv lagerplanering, produktion, tillståndsmätningar, ...
- Kan användas dynamiskt för omplanering
- Analys av flera mål: viktigt beslutsstöd



- T. Almgren, N. Andréasson, M. Patriksson, A.-B. Strömberg, A. Wojciechowski, and M. Önnheim: *The opportunistic replacement problem: theoretical analyses and numerical tests*, Mathematical Methods of Operations Research, 76(3):289–319, 2012
- E. Gustavsson: *Contributions to dual subgradient optimization and maintenance scheduling*, Licentiate thesis, Univ. Gothenburg, 2013
- E. Gustavsson, M. Patriksson, A.-B. Strömberg, A. Wojciechowski, and M. Önnheim: *Preventive maintenance scheduling of multi-component systems with interval costs*, Computers & Industrial Engineering. Special issue: Service and Life Cycle Management of engineered assets/goods. 76:390–400, 2014
- E. Gustavsson: *Scheduling tamping operations on railway tracks using mixed integer linear programming*, EURO Journal on Transportation and Logistics. Special issue: Transportation Infrastructure Management. Accepted, 2015

# Tack!

*Ann-Brith Strömberg*

Docent i tillämpad matematik  
Institutionen för matematiska  
vetenskaper

[anstr@chalmers.se](mailto:anstr@chalmers.se)

[www.chalmers.se/sv/personal/  
Sidor/ann-brith-stromberg.aspx](http://www.chalmers.se/sv/personal/Sidor/ann-brith-stromberg.aspx)

*Emil Gustavsson*

Teknisk licentiat, doktorand  
Institutionen för matematiska  
vetenskaper

[emilg@chalmers.se](mailto:emilg@chalmers.se)

[www.chalmers.se/sv/personal/  
Sidor/emil-gustafsson.aspx](http://www.chalmers.se/sv/personal/Sidor/emil-gustafsson.aspx)

**CHALMERS**



UNIVERSITY OF GOTHENBURG